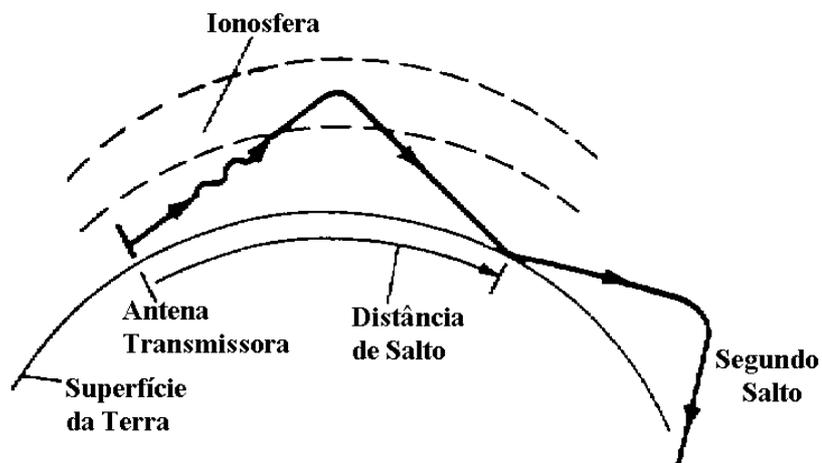


ONDA IONOSFÉRICA



Henrique José Almeida da Silva

1.^a edição
Maio de 2001

Tabela de Conteúdo

Introdução.....	2
1. Caracterização da Ionosfera.....	3
2. Permitividade Efectiva da Ionosfera.....	4
3. Frequência Crítica e Frequência Máxima Utilizável (MUF).....	6
4. Altura Virtual e Distância de Salto.....	8
5. Atenuação por Absorção na Ionosfera.....	11
6. Influência do Campo Magnético Terrestre.....	13
6.1. Tensor de Permitividade Dielétrica.....	13
6.2. Equação de Appleton-Hartree.....	15
Caso 1: Propagação perpendicular a \vec{B}_0 , com $\vec{E}_0 \parallel \vec{B}_0$	16
Caso 2: Propagação perpendicular a \vec{B}_0 , com $\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0$	17
Caso 3: Propagação paralela a \vec{B}_0 , com $\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0$	17
6.3. Rotação de Faraday.....	18
Bibliografia.....	19

Introdução

A onda de solo não explica a possibilidade de transmitir ondas curtas a muito grandes distâncias, confirmada por Marconi em 1901 (telegrafia sem fios através do oceano Atlântico). Cálculos efectuados anteriormente demonstravam a insuficiência da propagação por difracção numa Terra esférica para cobrir distâncias tão grandes, pelo que foi necessário encontrar outra explicação. A existência de uma região reflectora na atmosfera superior foi proposta em simultâneo (independentemente) por A. e: Kennelly e Oliver Heaviside, e a camada de Kennelly-Heaviside, hoje designada por ionosfera, foi na época um tema muito discutido pela comunidade científica.

O conhecimento das características da ionosfera é em grande parte baseado nos seus efeitos sobre ondas electromagnéticas, quer as ondas que a atravessam, transmitidas a partir de mísseis ou satélites, quer as ondas nelas reflectidas, no caso de transmissores terrestres. Constatou-se experimentalmente que, à noite, os sinais transmitidos na banda de rádio difusão em ondas médias (300 kHz a 3 MHz) são reflectidos, mas durante o dia esta reflexão é muito fraca ou inexistente. Contudo, aumentando a frequência, as reflexões diurnas tornam-se mais fortes, e podem produzir sinais fortes a distâncias de milhares de km, para frequências entre os 10 e os 30 MHz. Continuando a aumentar a frequência, verificou-se que há uma frequência máxima a partir da qual as reflexões deixam de existir, isto é, as ondas atravessam a ionosfera e afastam-se da Terra, para o espaço exterior. Concluiu-se então que, embora a onda de superfície (difractada pela superfície terrestre) seja fortemente atenuada, existe uma banda de frequências, aproximadamente entre 3 e 30 MHz, na qual pode ocorrer transmissão entre locais muito distantes da superfície terrestre, devido a reflexões na ionosfera.

Estas "ondas celestes" (*sky waves*), como são frequentemente designadas na literatura, são geralmente menos estáveis do que as ondas de solo (*ground waves*), e a sua intensidade depende das condições de propagação na ionosfera, que variam continuamente de forma muito semelhante às condições meteorológicas. No entanto, também como as condições meteorológicas, as propriedades físicas da ionosfera podem sofrer variações abruptas mas exibem padrões de variação que podem ser estimados estatisticamente. Há estações de sondagem ionosférica instaladas em várias regiões da Terra, que recolhem e registam continuamente dados característicos da ionosfera naquelas regiões. Esta informação é combinada, correlacionada, interpretada, e publicada na forma de diagramas que permitem realizar estimativas de condições futuras com base em valores medidos no passado. Com estes diagramas é possível determinar antecipadamente a frequência óptima de trabalho para comunicação entre dois quaisquer locais da superfície terrestre, em qualquer momento.

Portanto, embora a propagação ionosférica a grande distância não possua as características relativamente estáveis da propagação a distâncias pequenas utilizando a onda de solo, proporciona uma forma de rádio comunicação previsível, e portanto utilizável. No entanto, para realizar o projecto detalhado de uma ligação por onda ionosférica é necessário interpretar uma grande quantidade de dados, o que exige um conhecimento seguro sobre as características mais importantes da ionosfera e os aspectos particulares da propagação de ondas electromagnéticas num meio ionizado. Este é o objectivo deste texto, necessariamente incompleto devido à complexidade do tema e quantidade de informação sobre ele disponível na literatura, e que por isso mesmo será objecto de ampliação em futuras edições.

1. Caracterização da Ionosfera.

A ionosfera é a região superior da atmosfera terrestre na qual ocorre ionização das moléculas gasosas, produzida principalmente pela radiação solar (UV e X). Durante o dia, existe ionização entre cerca de 50 e 1000 km de altitude. A densidade electrónica é da ordem dos 10^9 a 10^{12} electrões/ m^3 . Há essencialmente 3 camadas em que ocorrem máximos locais da densidade electrónica, designadas por D, E, e F. Durante o dia, a camada F divide-se em duas, designadas por F_1 e F_2 . Apresentam-se na Figura 1 gráficos típicos da densidade electrónica em função da altitude, designados por perfis de ionização, observados durante o dia e durante a noite. Note-se que a camada D desaparece à noite.

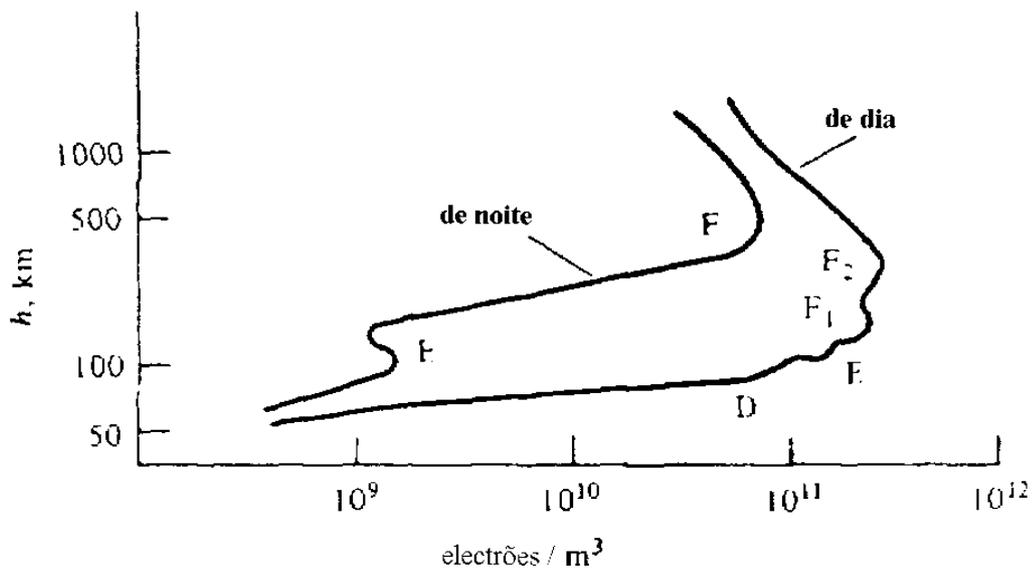


Figura 1. Variação típica da densidade electrónica com a altitude.

A existência de camadas ionizadas na atmosfera superior pode ser explicada em termos qualitativos simples. A grandes altitudes, a radiação solar que causa a ionização das moléculas gasosas é muito intensa, mas há poucas moléculas disponíveis, pelo que a concentração de electrões livres é pequena. A altitudes mais baixas há uma concentração de moléculas muito maior, e por isso ocorre um máximo da densidade electrónica. A altitudes inferiores a concentração de moléculas é ainda maior, mas a maior parte da radiação ionizante já foi absorvida, pelo que a concentração de electrões livres tende a diminuir. Com esta base racional, é expectável que exista uma espessa camada de gases ionizados, com uma elevada densidade electrónica, a certa distância da superfície terrestre. Como a atmosfera superior é composta por vários gases distintos, embora predominantemente azoto e oxigénio, e como esses gases possuem características de ionização e recombinação diferenciadas, ocorrem vários máximos locais da densidade electrónica.

Demonstra-se nas secções seguintes que a existência de camadas ionizadas na atmosfera superior faz com que as ondas electromagnéticas emitidas com frequências até cerca de 40 MHz sejam efectivamente reflectidas e regressem á Terra. Estas camadas reflectoras possibilitam assim o estabelecimento de rádio-comunicações entre locais distantes milhares de km, envolvendo um ou mais "saltos", como ilustrado na Figura 2.

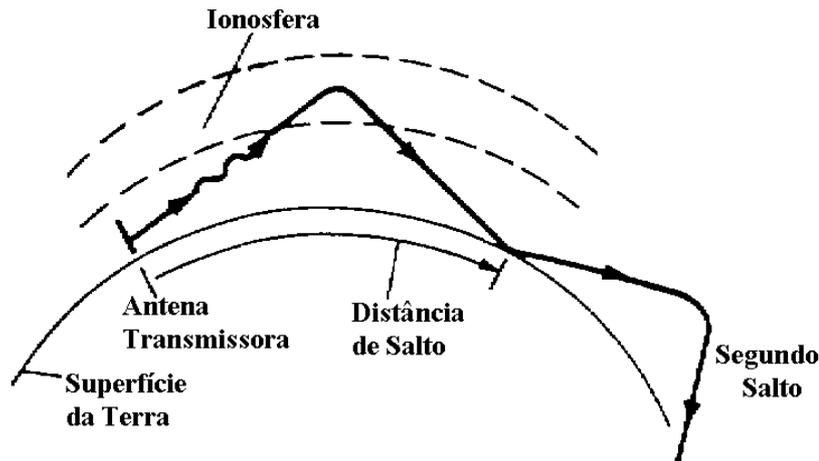


Figura 2. Reflexão de ondas electromagnéticas pela ionosfera.

As camadas E e F existem permanentemente, embora a altitudes que variam com a hora local. Estas duas camadas são por isso as mais importantes para rádio-comunicações em HF (3 a 30 MHz). Para frequências acima de 40 MHz a ionosfera é transparente, isto é, as ondas electromagnéticas atravessam a ionosfera e não regressam à Terra.

A principal causa de perdas por absorção na ionosfera são as colisões dos electrões livres com moléculas neutras e iões, resultantes do efeito electrodinâmico produzido pelas ondas electromagnéticas. Na camada D a frequência de colisões é bastante elevada. Por isso, embora frequências da ordem dos 2 MHz possam ser reflectidas por esta camada, as perdas por absorção são muito elevadas. Estas perdas diminuem quando a frequência aumenta.

A densidade electrónica exhibe variações diurnas e sazonais, além de uma variação devida à periodicidade da actividade solar (períodos de aproximadamente 11 anos). A permitividade dieléctrica efectiva na ionosfera, como se demonstrará adiante, depende da frequência e da densidade electrónica. Em consequência, a trajectória de propagação de uma onda electromagnética na ionosfera não é estável, o que pode resultar em considerável desvanecimento do sinal recebido. Por isso, para garantir comunicação com elevada fiabilidade é necessário empregar alguma forma de diversidade, por exemplo através da utilização de várias antenas convenientemente espaçadas (diversidade espacial) ou de várias portadoras com frequências distintas transmitidas simultaneamente (diversidade espectral).

2. Permitividade Efectiva da Ionosfera.

Num gás ionizado, sob o efeito de um campo electromagnético de alta frequência, apenas o movimento dos electrões é relevante, pois os iões e moléculas neutras são cerca de 1800 vezes mais pesados.

A equação do movimento de um electrão de massa m e carga eléctrica $-e$, que adquire a velocidade \vec{v} sob a acção de um campo eléctrico \vec{E} , tem a forma (2.^a lei de Newton):

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad -e\vec{E} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1)$$

Para um campo sinusoidal com frequência angular ω , obtém-se:

$$-e \vec{E} = j\omega m \vec{v} \quad (2)$$

Para uma densidade de N electrões/m³, a densidade de corrente induzida no gás ionizado será:

$$\vec{J} = -eN\vec{v} = \frac{N e^2}{j\omega m} \vec{E} \quad (3)$$

Na sua forma vectorial (lei de Maxwell), a lei de Ampère toma a forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon_0 \vec{E} = j\omega \epsilon_0 \left(1 - \frac{N e^2}{\omega^2 m \epsilon_0} \right) \vec{E} \quad (4)$$

em que ϵ_0 é a permissividade do vácuo. A permissividade efectiva do gás ionizado é então $\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}$, com:

$$\epsilon_{ri} = 1 - \frac{N e^2}{\omega^2 m \epsilon_0} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \quad (5)$$

onde $\omega_p = \sqrt{N e^2 / m \epsilon_0}$ é a frequência (angular) de plasma. Note-se que $\epsilon_{ri} < 1$ para $\omega > \omega_p$, $\epsilon_{ri} = 0$ para $\omega = \omega_p$, e $\epsilon_{ri} < 0$ para $\omega < \omega_p$. Para ondas planas propagando-se no gás ionizado, o coeficiente de propagação será:

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_{ri} \epsilon_0} = k_0 \sqrt{\epsilon_{ri}} \quad (6)$$

em que $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2\pi / \lambda_0$ é o coeficiente de propagação no vácuo. Portanto, k será puramente imaginário quando $\omega < \omega_p$, indicando que a onda plana se transformará então numa onda evanescente, com decaimento exponencial.

Nas altitudes inferiores da ionosfera ocorre um número elevado de colisões dos electrões livres com moléculas neutras e iões. Nestas condições, para garantir a conservação do momento cinético, tem de se acrescentar à equação (2) um termo que representa a força de amortecimento resultante da frequência de colisões, ν , obtendo-se:

$$-e \vec{E} - \nu m \vec{v} = j\omega m \vec{v} \quad (7)$$

Incluindo o efeito das colisões, deduz-se que a permissividade relativa efectiva da ionosfera toma a forma complexa:

$$\epsilon_{ri} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\nu)} \quad (8)$$

Esta equação mostra que as colisões resultam numa absorção mais elevada em baixas frequências, para as quais ω é da ordem de grandeza de ν (ver secção 5).

3. Frequência Crítica e Frequência Máxima Utilizável (MUF).

Considere-se em primeiro lugar uma onda plana incidindo normalmente numa camada ionizada na qual a densidade electrónica cresce com a altitude, como ilustrado na Figura 3 (a). Quando a onda atinge a altitude em que a densidade electrónica é suficiente para se verificar $\epsilon_{ri} = 0$, a onda deixa de se propagar e é reflectida para a Terra.

Considere-se agora o caso da incidência oblíqua, ilustrado na Figura 3 (b). Se N cresce com a altitude, então ϵ_{ri} decresce com a altitude e a onda sofre refacção progressiva obedecendo à lei de Snell, e regressará à Terra se existir uma altitude em que se verifique $\sqrt{\epsilon_{ri}} = \sin \psi_i$.

Este processo pode ser mais claramente entendido considerando a camada ionizada estratificada em múltiplas camadas de espessura Δz , como ilustrado na Figura 3 (c). A lei de Snell impõe que se verifique $\sqrt{\epsilon_{ri}(z_0)} \sin \psi_0 = \sqrt{\epsilon_{ri}(z_1)} \sin \psi_1 = \sqrt{\epsilon_{ri}(z_2)} \sin \psi_2 = \dots$. Portanto, a onda seguirá uma trajectória tal que a tangente à trajectória satisfaça a condição $\sqrt{\epsilon_{ri}(z)} \sin \psi(z) = \sin \psi_i$. A onda regressará á Terra se $\psi(z)$ atingir $\pi/2$, o que implica que se verifique $\sqrt{\epsilon_{ri}(z)} = \sin \psi_i$, à altitude z .

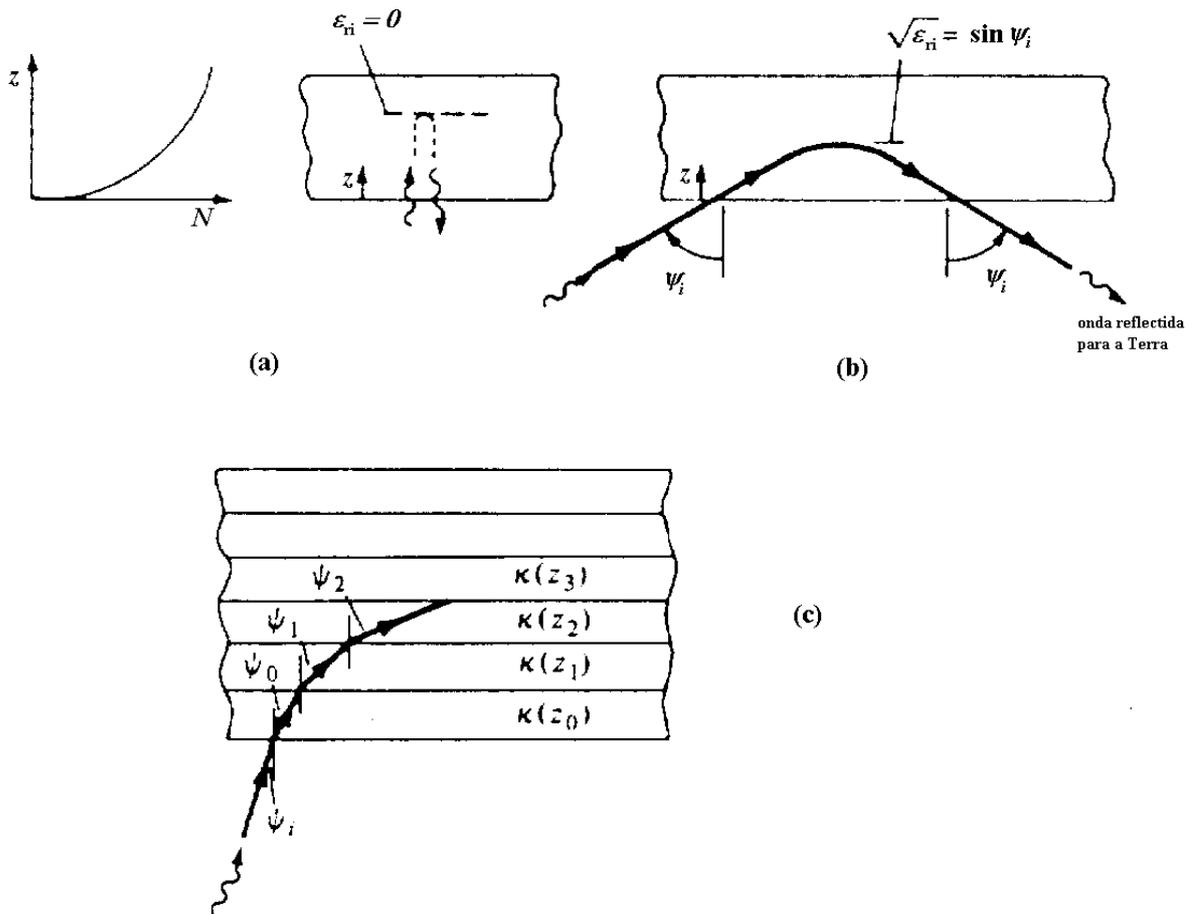


Figura 3. Incidência (a) normal e (b) oblíqua de uma onda electromagnética na ionosfera. (c) Modelo estratificado usado para descrever a propagação na ionosfera.

Note-se que, para um dado valor de ψ_i , a condição necessária para que a onda regresse à Terra exige uma densidade electrónica mais elevada para frequências mais altas, pois ϵ_{ri} diminui com ω (equação 5). Reciprocamente, para uma dada densidade electrónica máxima, o valor máximo de ψ_i que resultará no regresso da onda à Terra decresce quando ω aumenta.

Há portanto um limite superior da frequência que resultará no regresso da onda à Terra. Para $\psi_i = 0$ (incidência normal) e uma camada ionizada caracterizada por uma densidade electrónica máxima N_{\max} , a condição $\epsilon_{ri} = 0$ produz como limite superior a frequência crítica dessa camada:

$$f_c = 9\sqrt{N_{\max}} \quad (9)$$

que se obtém introduzindo na equação (5) os valores das constantes físicas:

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}; \quad m = 9,1091 \times 10^{-31} \text{ kg}; \quad e = 1,60210 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

Como se mostra na Figura 4, a frequência crítica de cada camada ionosférica varia com a hora local e com a estação do ano, além de depender da actividade solar.

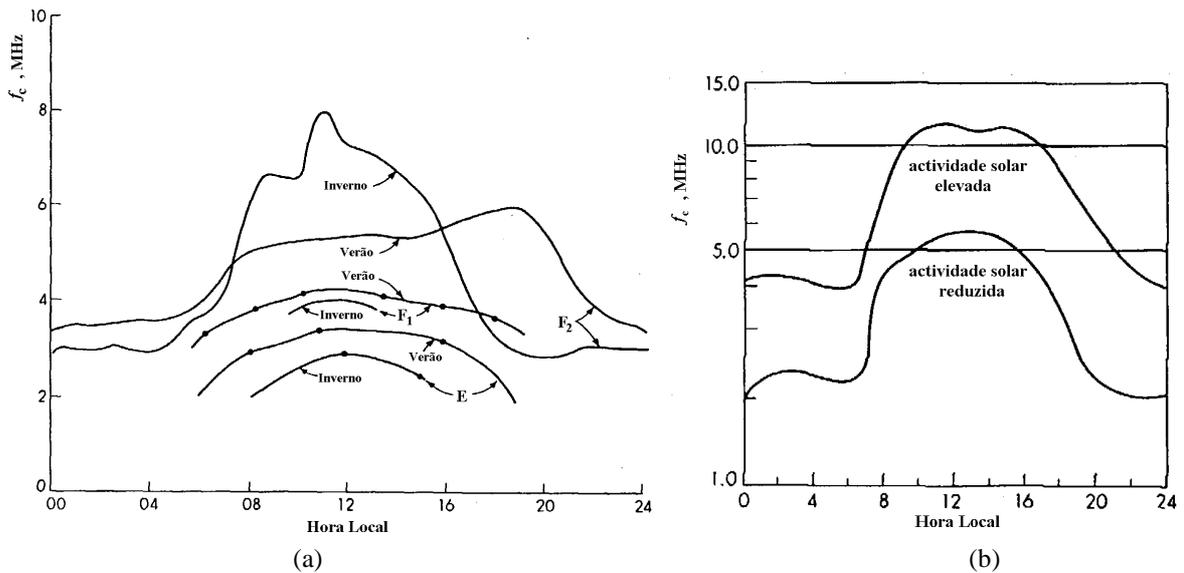


Figura 4. (a) Variação diurna típica da frequência crítica para várias camadas ionosféricas.
(b) Variação típica da frequência crítica com a actividade solar.

Para $\psi_i > 0$, a condição $\sqrt{\epsilon_{ri}(z)} = \sin \psi_i$ impõe como limite superior:

$$f = f_c \sec \psi_i \quad (10)$$

Esta frequência é designada por frequência máxima utilizável ($MUF = \text{Maximum Usable Frequency}$) para uma dada distância de salto, e é máxima quando $\sec \psi_i$ toma o seu valor máximo.

A MUF para a camada F_2 geralmente não excede 40 MHz. Durante os períodos de actividade solar moderada tem um valor entre 25 e 30 MHz.

4. Altura Virtual e Distância de Salto.

Se as trajectórias da onda incidente e da onda reflectida forem extrapoladas linearmente, convergem num ponto (A, na Figura 5) à altitude de reflexão aparente h' designada por altura virtual da camada ionosférica. A altura virtual da camada F_2 varia entre 250 e 400 km, enquanto que para a camada F_1 a altura virtual tem um valor entre 200 e 250 km. À noite, a altura virtual da camada F é aproximadamente de 300 km. A altura virtual da camada E tem um valor próximo de 110 km.

A altura virtual de uma camada ionosférica é a altitude a que deveria existir um plano reflector perfeito para produzir um efeito semelhante sobre a trajectória das ondas electromagnéticas, e pode ser obtida medindo o tempo de trânsito Δt de um impulso electromagnético emitido verticalmente (ponto G, na Figura 5) e devolvido à Terra por refacção/reflexão na camada ionosférica. Pode ser demonstrado que Δt é igual ao tempo de trânsito que seria obtido se existisse um plano reflector perfeito localizado à altura virtual, porque a trajectória curvilínea resultante da refacção na ionosfera é percorrida a uma velocidade (de grupo, $v_g = c^2 / v_p$) mais elevada do que nas camadas inferiores, não ionizadas.

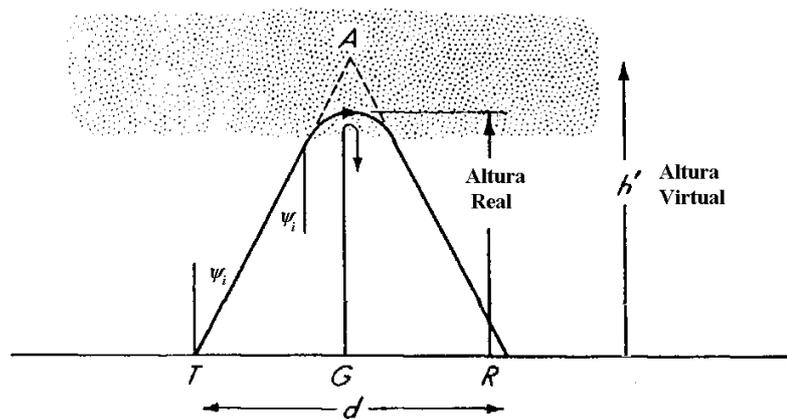


Figura 5. Altura virtual de uma camada ionosférica.

Para saltos muito curtos, pode-se utilizar a aproximação de Terra plana para estimar o ângulo de elevação necessário para obter a distância de salto d a uma dada frequência de operação f , a partir da frequência crítica ou da altura virtual da camada ionosférica:

$$\sec \psi_i = \frac{\sqrt{h'^2 + (d/2)^2}}{h'} = \frac{f}{f_c} \quad (11a)$$

$$\tan \psi_i = \frac{h'}{d/2} = \frac{2h'}{d} \quad (11b)$$

O ângulo de elevação, formado pela direcção de máxima radiação da antena emissora com o plano da Terra, é então o ângulo complementar de ψ_i . No entanto, esta aproximação é muito imprecisa para as distâncias de salto geralmente pretendidas.

Na verdade, as alturas virtuais das camadas ionosféricas são utilizadas principalmente para determinar o valor máximo do ângulo de incidência ψ_i e a distância máxima de salto, d_{\max} , que se obtêm com emissão na direcção horizontal, como ilustrado na Figura 6.

Para radiação emitida na direcção horizontal, a distância de salto numa camada com altura virtual h' é dada por:

$$d = 2\sqrt{2a_e h'} \quad (12)$$

em que a_e é o raio equivalente da Terra.

O ângulo de incidência máximo ($\psi_{i\max} = \sin^{-1}[a_e/(a_e + h')]$) é geralmente próximo de 74° . Usando este valor na equação (10) obtém-se $MUF_{\max} \approx 3,6f_c$. Por exemplo, para uma concentração electrónica de $10^{12}/\text{m}^3$ obtém-se $f_c = 9$ MHz e $MUF_{\max} \approx 32,4$ MHz. Supondo $h' = 300$ km, correspondente a reflexão na camada F₂, então $d_{\max} \approx 4000$ km. Com reflexão na camada E, a distância máxima de salto é cerca de metade deste valor.

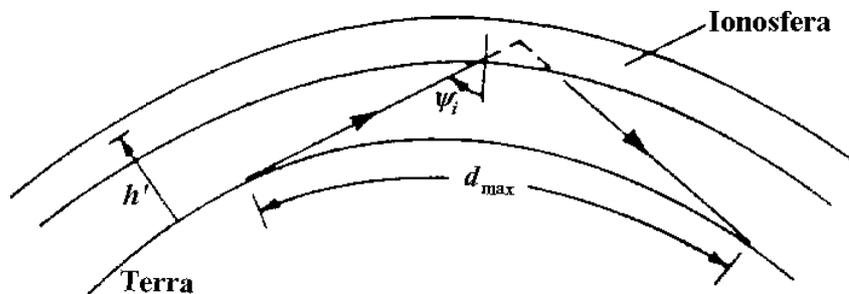


Figura 6. Distância máxima de salto.

Se o alcance desejado for inferior a d_{\max} , o ângulo de incidência ψ_i é menor e é necessário utilizar uma frequência menor para satisfazer a relação $f = f_c \sec \psi_i$, que tem de se verificar à altitude em que a trajectória da onda é inflectida em direcção à Terra. A Figura 7 ilustra a variação diurna típica da MUF no Inverno, durante um pico de actividade solar, para diferentes distâncias de salto.

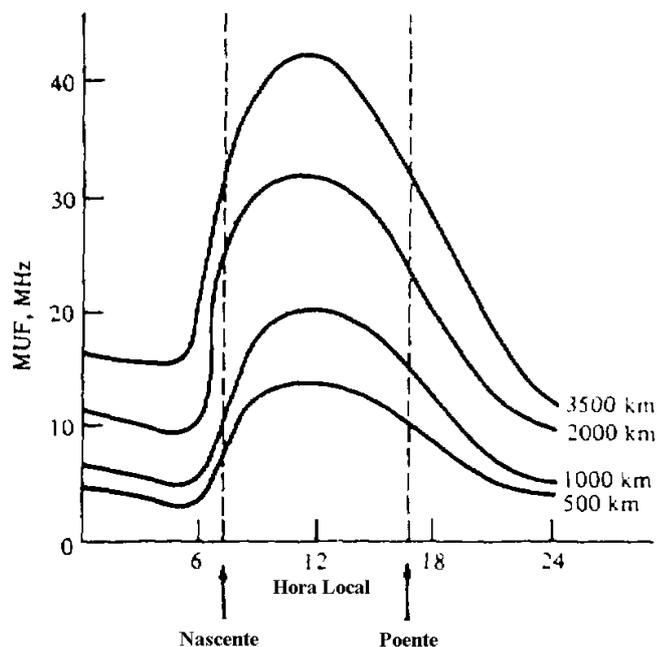


Figura 7. Variação típica da MUF com a hora local, para diferentes distâncias de salto (no Inverno).

Para caracterizar com precisão os percursos de ondas ionosféricas é necessário determinar a relação entre a distância de salto d , a altura virtual h' , e o ângulo de incidência ψ_i , tendo em consideração a esfericidade da Terra, ilustrada na Figura 8. O ângulo θ subtense pela semi-distância de salto é dado por:

$$\theta = \frac{d}{2a_e} \quad (13)$$

em que o raio efectivo da Terra é de aproximadamente 8500 km. Da lei dos senos resulta:

$$\frac{a_e + h'}{\sin \phi} = \frac{a_e}{\sin \psi_i} \quad (14)$$

em que $\phi = \pi - \theta - \psi_i$.

Utilizando $\sin \phi = \cos(\theta + \psi_i)$ na equação anterior, obtém-se:

$$1 + \frac{h'}{a_e} = \frac{\cos(\theta + \psi_i)}{\sin \psi_i} = \sin \theta \cot \psi_i + \cos \theta \quad (15)$$

donde se retira a relação mais simples:

$$\left(1 + \frac{h'}{a_e} - \cos \theta\right) \operatorname{csec} \theta = \cot \psi_i \quad (16)$$

A onda é transmitida numa direcção com um ângulo de elevação, relativamente ao plano horizontal no local de emissão, dado por:

$$\phi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \theta - \psi_i \quad (17)$$

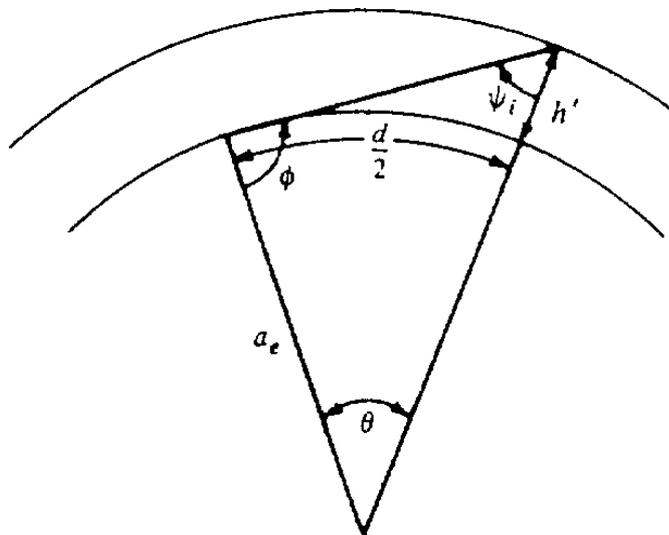


Figura 8. Relação entre a distância de salto, a altura virtual e o ângulo de incidência.

Apresenta-se a seguir, como exemplo ilustrativo da aplicação destas relações, o cálculo do ângulo de elevação e da frequência de trabalho para uma estação de rádio difusão em ondas curtas (HF) da Europa para os EUA, cobrindo uma distância (medida num arco de círculo máximo) de 6760 km.

Para poder utilizar um único salto ionosférico seria necessária uma altura virtual dada por (equação 12) $h' = d^2 / (8a_e) \approx 670$ km, mesmo que a radiação fosse emitida na direcção horizontal. No entanto, esta altitude aparente de reflexão estaria acima da ionosfera, pelo que este serviço deveria utilizar um salto duplo, com uma reflexão na superfície terrestre a meio do percurso. Cada salto teria então de cobrir uma distância de 3380 km, pelo que a altitude de reflexão aparente seria $h' \approx 167,5$ km. As camadas F₁ e F₂ (F, durante a noite) possuem alturas virtuais compreendidas entre 200 e 400 km, e poderiam portanto ser usadas desde que a radiação fosse emitida com um ângulo de elevação adequado. Supondo uma altura virtual de 300 km, com as equações (13) e (15) obtém-se $\psi_i \approx 74,4^\circ$. Portanto, a direcção de máxima radiação da antena transmissora deveria ter um ângulo de elevação $\phi - \pi / 2 = 4,16^\circ$.

De acordo com a Figura 1, a densidade electrónica na camada F, durante o dia, é de aproximadamente $5 \times 10^{11} / \text{m}^3$. A frequência crítica, dada pela equação (9), é de 6,36 MHz. A *MUF* é então (equação 10) de 11,06 MHz. Portanto, seria aceitável que a estação operasse na banda internacional dos 31 m (9,2 a 9,7 MHz).

Este exemplo está muito simplificado, relativamente ao procedimento de planeamento numa aplicação real. Seria necessário considerar o período específico do dia em que o serviço estaria disponível, a diferença horária entre os dois pontos de reflexão na ionosfera, a estação do ano, e a actividade solar. Está disponível uma grande quantidade de dados estatísticos sobre densidades electrónicas e alturas virtuais das várias camadas ionosféricas, o que torna possível o projecto realista de ligações por ondas curtas. De facto, para garantir o serviço continuamente seria necessário utilizar frequências distintas em diferentes períodos do dia. Em cada momento seria escolhida a frequência mais elevada possível, por forma a minimizar a atenuação por absorção. Esta frequência óptima de trabalho (*FOT*) é geralmente cerca de 15% mais baixa do que a *MUF*, devido à incerteza quanto ao valor da densidade electrónica em cada dia, e é definida como a frequência mais elevada que garante a disponibilidade do serviço durante 90% do tempo.

5. Atenuação por Absorção na Ionosfera.

Como foi referido na secção 2, nas camadas inferiores da ionosfera ocorrem colisões entre electrões livres e moléculas neutras ou iões, que produzem uma força de amortecimento (ou "atrito") proporcional à velocidade dos electrões, \vec{v} , e à frequência de colisões, ν . A energia absorvida nas colisões resulta na atenuação das onda electromagnéticas responsáveis pelo movimento dos electrões. Entrando em consideração com a força de amortecimento produzida pelas colisões, a lei de Maxwell (equação 4) toma a forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \left\{ \frac{Ne^2\nu}{m(\nu^2 + \omega^2)} + j\omega\epsilon_0 \left[1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0(\nu^2 + \omega^2)} \right] \right\} \vec{E} = (\sigma_i + j\omega\epsilon_i) \vec{E} \quad (18)$$

A condutividade e a permitividade relativa da ionosfera são então dadas por:

$$\sigma_i = \frac{Ne^2\nu}{m(\nu^2 + \omega^2)} \quad (19)$$

$$\epsilon_{ri} = 1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0(\nu^2 + \omega^2)} \quad (20)$$

Da equação (19) conclui-se que, para uma dada frequência, a condutividade será máxima quando $\nu = \omega$. A frequência de colisões, ν , depende da concentração molecular (pressão atmosférica), e portanto diminui com a altitude. Tipicamente, observa-se $\nu \approx 6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ para $h = 50 \text{ km}$ e $\nu \approx 100$ para $h = 400 \text{ km}$. Portanto, nas camadas superiores da ionosfera (E e F₁, F₂) verifica-se $\omega \gg \nu$, pelo que σ_i é desprezável e ϵ_{ri} é dada pela equação (5). Por outro lado, a altitudes suficientemente baixas para se verificar $\nu \gg \omega$, a condutividade torna-se também muito pequena e ϵ_{ri} tende para a unidade. Destes efeitos resulta que a região de elevada condutividade, e consequentemente de elevada absorção de energia de uma onda que nela se propague, está confinada a uma camada relativamente fina no extremo inferior da camada E e extremo superior da camada D.

Para uma onda plana propagando-se na ionosfera, o coeficiente de propagação é então dado por:

$$\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_i + j\omega\epsilon_i)} \quad (21)$$

e o coeficiente de atenuação pode ser expresso por:

$$\alpha_i = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_{ri}^2 + \left[(1 - \epsilon_{ri}) \frac{\nu}{\omega} \right]^2} - \frac{\epsilon_{ri}}{2}} \quad (22)$$

Para frequências não muito próximas da *MUF*, e para o importante caso prático de uma região ionosférica em que se verifica a relação $\sigma_i / \omega\epsilon_i \ll 1$, a equação (22) simplifica-se por expansão binomial para:

$$\alpha_i \approx \frac{\sigma_i}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_i}} = \frac{60\pi\sigma_i}{\sqrt{\epsilon_{ri}}} = \frac{60\pi Ne^2\nu}{\sqrt{\epsilon_{ri}} m(\nu^2 + \omega^2)} \quad (23)$$

Para $\omega \gg \nu$, esta equação mostra que a atenuação varia aproximadamente com o inverso do quadrado da frequência. Portanto, é desejável utilizar uma frequência tão elevada quanto possível, mas não demasiado próxima da *MUF*.

Se N e ν forem conhecidas, pode-se calcular α_i com as equações (22) ou (23). A atenuação total sofrida por uma onda electromagnética no seu percurso dentro da ionosfera pode ser obtida integrando α_i ao longo do percurso. Na maior parte do percurso a atenuação é muito pequena, mas é significativa na região inferior da ionosfera (camada D) e na região em que a trajectória é inflectida para a Terra.

6. Influência do Campo Magnético Terrestre.

Na discussão sobre propagação ionosférica realizada nas secções anteriores foi desprezado o efeito do campo magnético da Terra sobre o movimento dos electrões. Esta aproximação é boa para frequências superiores a 10 MHz, mas não é válida para frequências inferiores a 5 MHz.

O campo magnético terrestre faz com que a ionosfera seja um meio anisotrópico, pelo que a permitividade efectiva tem de ser representada por uma matriz, ou tensor dieléctrico. Em consequência, há dois modos de propagação distintos, designados por "onda ordinária" e "onda extraordinária". Uma onda plana que penetre na ionosfera divide-se em duas ondas, que se recombina novamente numa única onda plana quando emergem da ionosfera. No entanto, o estado de polarização é geralmente alterado, sendo este fenómeno conhecido por "rotação de Faraday". Este efeito é variável e resulta em desvanecimento do sinal recebido, devido à desadaptação de polarização entre a onda recebida e a antena receptora.

Sob a influência de um campo de indução magnética permanente \vec{B}_0 , um electrão livre com velocidade \vec{v} deslocar-se-á numa órbita circular com uma velocidade angular, designada por frequência de ciclotrão, dada por:

$$\omega_c = \frac{eB_0}{m} \quad (24)$$

em que e é a carga electrónica e m é a massa do electrão. O campo de indução magnética terrestre é de aproximadamente 5×10^{-5} Wb/m, pelo que $f_c = \omega_c / (2\pi) \approx 1,4$ MHz. Na vizinhança desta frequência a atenuação é muito elevada, como se verifica por inspecção das componentes do tensor de permitividade dieléctrica, deduzido em seguida.

6.1. Tensor de Permitividade Dieléctrica.

Em regime harmónico, a força que actua sobre um electrão sujeito ao campo magnético terrestre é dada por:

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0) \quad (25)$$

Note-se que, como $\vec{H} = \sqrt{\epsilon/\mu} \vec{E} \approx Y_0 \vec{E}$, a força devida ao campo magnético terrestre \vec{H} é cerca de (v/c) vezes menor que a força devida ao campo eléctrico \vec{E} , e por isso pode ser desprezada.

Considerando também a força de amortecimento devida a colisões á frequência ν , a equação do movimento do electrão toma a forma, em regime harmónico:

$$(j\omega + \nu)m\vec{v} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0) \quad (26)$$

Para uma densidade electrónica N , a densidade de corrente é $\vec{J} = -Ne\vec{v}$. Considerando $\vec{B}_0 = B_0\vec{a}_z$ na equação (26), e introduzindo a frequência de ciclotrão dada por (24), obtém-se:

$$(j\omega + \nu)\vec{J} + \omega_c\vec{J} \times \vec{a}_z = \frac{Ne^2}{m}\vec{E} = \omega_p^2\epsilon_0\vec{E} \quad (27)$$

Esta equação pode ser escrita em forma matricial, explicitando as componentes de cada um dos vectores:

$$\begin{bmatrix} (j\omega + \nu) & \omega_c & 0 \\ -\omega_c & (j\omega + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & (j\omega + \nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \epsilon_0\omega_p^2 \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (28)$$

Invertendo esta equação obtém-se:

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \frac{\epsilon_0\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + \nu^2 + 2j\omega\nu} \begin{bmatrix} (j\omega + \nu) & -\omega_c & 0 \\ \omega_c & (j\omega + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & (j\omega + \nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (29)$$

A presença do campo magnético terrestre faz com que a condutividade (relação entre \vec{J} e \vec{E}) deixe de ser um simples escalar, passando a ser o tensor representado pela matriz desta equação. É conveniente associar um par de versores (ou vectores unitários) a cada elemento desta matriz, por forma a obter a seguinte diádica:

$$\bar{\sigma} = \frac{\epsilon_0\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + \nu^2 + 2j\omega\nu} \left[(j\omega + \nu)\vec{a}_x\vec{a}_y - \omega_c(\vec{a}_x\vec{a}_y - \vec{a}_y\vec{a}_x) + (j\omega + \nu)\vec{a}_z\vec{a}_z \right] \quad (30)$$

Note-se que a equação $\vec{J} = \bar{\sigma} \cdot \vec{E}$, em que se toma o produto escalar entre vectores unitários dos factores do produto interno, é idêntica à equação (29).

A equação de Maxwell toma então a forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0\vec{E} + \bar{\sigma} \cdot \vec{E} = j\omega\epsilon_0 \left(\bar{I} + \frac{\bar{\sigma}}{j\omega\epsilon_0} \right) \cdot \vec{E} \quad (31)$$

em que \bar{I} é a diádica unitária ($\vec{a}_x\vec{a}_x + \vec{a}_y\vec{a}_y + \vec{a}_z\vec{a}_z$), isto é, $\bar{I} \cdot \vec{E} = \vec{E}$. Portanto, o tensor de permitividade dieléctrica relativa para o plasma ionosférico é dado por:

$$\bar{\epsilon}_{ri} = \bar{I} + \frac{\bar{\sigma}}{j\omega\epsilon_0} \quad (32)$$

A solução da equação de onda para ondas planas propagando-se numa ionosfera uniforme pode ser obtida a partir das equações de Maxwell, com este tensor de permitividade. Para isso é conveniente expressá-lo na forma:

$$\bar{\varepsilon}_{ri} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -j\varepsilon_2 & 0 \\ j\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

em que:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2(1 - j\nu/\omega)}{\omega^2 - \omega_c^2 - \nu^2 - 2j\omega\nu} \quad (34)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2(\omega_c/\omega)}{\omega^2 - \omega_c^2 - \nu^2 - 2j\omega\nu} \quad (35)$$

Quando a frequência de colisões ν é nula, ε_1 e ε_2 são reais. Quando $\omega^2 \approx \omega_c^2 + \nu^2$, ε_1 e ε_2 possuem componentes imaginárias grandes, o que resulta em elevada atenuação para frequências próximas da frequência de ciclotrão.

6.2. Equação de Appleton-Hartree.

A solução das equações de Maxwell para ondas planas na ionosfera tem a forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad , \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (36)$$

em que \vec{E}_0 e \vec{H}_0 são vectores constantes e \vec{k} é o vector de propagação. Quando se expandem $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ e $\vec{\nabla} \times \vec{H}$ em coordenadas rectangulares, verifica-se que o operador rotacional pode ser substituído por $-j\vec{k}$, pelo que as duas equações rotacionais tomam a forma:

$$-j\vec{k} \times \vec{E}_0 = -j\omega\mu_0\vec{H}_0 \quad , \quad -j\vec{k} \times \vec{H}_0 = j\omega\varepsilon_0\bar{\varepsilon}_{ri}\vec{E}_0 \quad (37)$$

O produto vectorial da primeira equação por \vec{k} e substituição na segunda resulta em:

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}_0) = -\omega^2\mu_0\varepsilon_0\bar{\varepsilon}_{ri}\vec{E}_0 = \vec{k}\vec{k} \cdot \vec{E}_0 - k^2\vec{E}_0 \quad (38)$$

que pode ser escrita na forma:

$$(k^2\vec{I} - k_0^2\bar{\varepsilon}_{ri} - \vec{k}\vec{k}) \cdot \vec{E}_0 = 0 \quad (39)$$

A forma matricial desta equação de onda é:

$$\begin{bmatrix} k^2 - \varepsilon_1 k_0^2 - k_x^2 & j\varepsilon_2 k_0^2 - k_x k_y & -k_x k_z \\ -j\varepsilon_2 k_0^2 - k_y k_x & k^2 - \varepsilon_1 k_0^2 - k_y^2 & -k_y k_z \\ -k_z k_x & -k_z k_y & k^2 - \varepsilon_1 k_0^2 - k_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{bmatrix} = 0 \quad (40)$$

Só existirá uma solução não trivial para \vec{E}_0 se o determinante deste sistema de equações se anular. A equação do vector de propagação obtida igualando o determinante a zero é designada por "equação de Appleton-Hartree", cuja solução geral é demasiado complicada para que dela se retirem conclusões úteis. Em vez disso, examinam-se de seguida três casos especiais que fornecem alguma informação sobre a natureza das soluções.

Caso 1: Propagação perpendicular a \vec{B}_0 , com $\vec{E}_0 \parallel \vec{B}_0$.

Com $\vec{k} = k_x \vec{a}_x$ e $\vec{E}_0 = E_0 \vec{a}_z$, a velocidade dos electrões é paralela a \vec{B}_0 , pelo que a força $-e\vec{v}\vec{B}_0 = 0$, e o campo magnético não tem qualquer efeito. A equação de onda matricial toma então a forma:

$$\begin{bmatrix} -\epsilon_1 k_0^2 & j\epsilon_2 k_0^2 & 0 \\ -j\epsilon_2 k_0^2 - k_y k_x & k_x^2 - \epsilon_1 k_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & k_x^2 - \epsilon_1 k_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (41)$$

O determinante anula-se para $k_x = k = \sqrt{\epsilon_1} k_0$, que é o mesmo valor obtido quando $\vec{B}_0 = 0$, como esperado. A onda plana é linearmente polarizada com o campo eléctrico paralelo a \vec{B}_0 , como ilustrado na Figura 9 (a). Esta solução é designada por "onda ordinária".

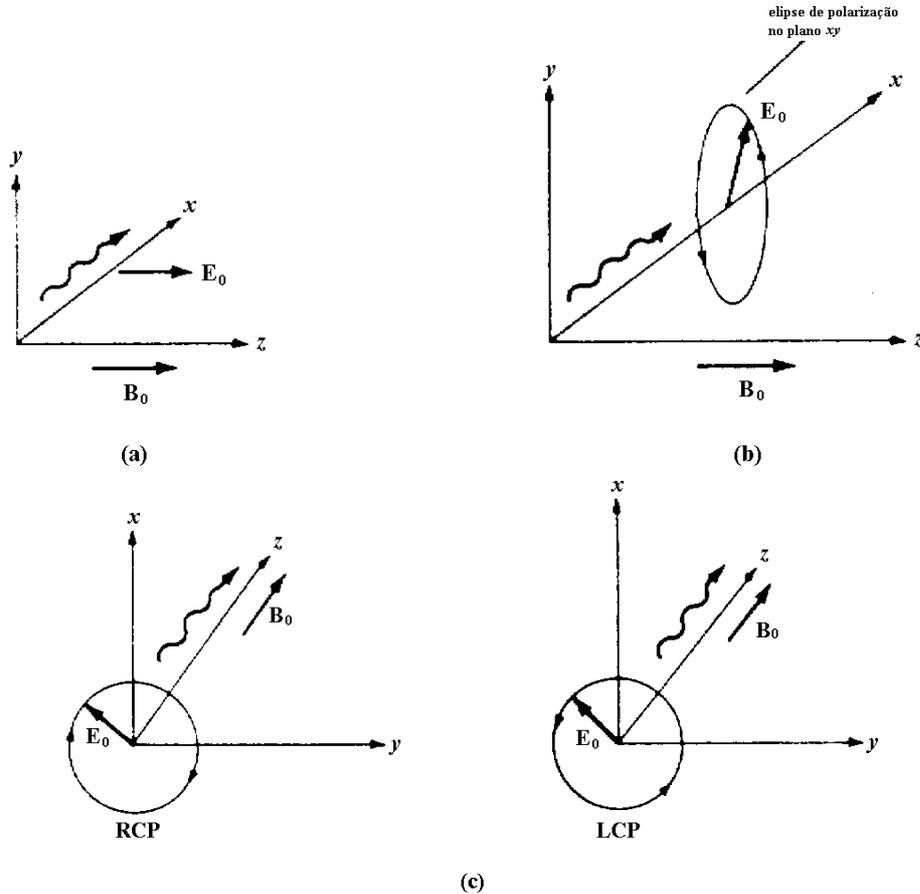


Figura 9. (a) Onda ordinária propagando-se perpendicularmente ao campo magnético. (b) Onda extraordinária elipticamente polarizada propagando-se perpendicularmente ao campo magnético. (c) Ondas circularmente polarizadas para a direita e para a esquerda, propagando-se paralelamente ao campo magnético.

Caso 2: Propagação perpendicular a \vec{B}_0 , com $\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0$.

Neste caso $\vec{k} = k_x \vec{a}_x$ e $\vec{E}_0 = E_1 \vec{a}_x + E_2 \vec{a}_y$. A equação de onda matricial é:

$$\begin{bmatrix} -\varepsilon_1 k_0^2 & j\varepsilon_2 k_0^2 & 0 \\ -j\varepsilon_2 k_0^2 - k_y k_x & k_x^2 - \varepsilon_1 k_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & k_x^2 - \varepsilon_1 k_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (42)$$

O determinante igualado a zero é então.

$$(k_x^2 - \varepsilon_1 k_0^2) \left[(k_x^2 - \varepsilon_1 k_0^2) \varepsilon_1 k_0^2 + \varepsilon_2^2 k_0^4 \right] = 0 \quad (43)$$

Uma solução é $k_x^2 = \varepsilon_1 k_0^2$, mas exige que $E_1 = E_2 = 0$. A outra solução é:

$$k_x = \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}} k_0 \quad (44)$$

Para esta solução obtém-se:

$$-\varepsilon_1 k_0^2 E_1 + j\varepsilon_2 k_0^2 E_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{E_2}{E_1} = -j \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (45)$$

A onda é portanto elipticamente polarizada no plano normal a \vec{B}_0 e possui uma componente do campo eléctrico na direcção de propagação, como ilustrado na Figura 9 (b), o que não ocorre em meios isotrópicos. Por isso, esta onda é designada por "onda extraordinária".

Caso 3: Propagação paralela a \vec{B}_0 , com $\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0$.

Para este caso $\vec{k} = k_z \vec{a}_z$ e $\vec{E}_0 = E_1 \vec{a}_x + E_2 \vec{a}_y$. A equação de onda matricial é:

$$\begin{bmatrix} k_z^2 - \varepsilon_1 k_0^2 & j\varepsilon_2 k_0^2 & 0 \\ -j\varepsilon_2 k_0^2 & k_z^2 - \varepsilon_1 k_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_1 k_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (46)$$

Igualando o determinante a zero, obtêm-se duas soluções para k_z :

$$k_z = k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = k_0 \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega - \omega_c)}} \quad (47a)$$

$$k_z = k_2 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = k_0 \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega + \omega_c)}} \quad (47b)$$

em que a última igualdade é obtida quando $\nu = 0$. As formas de onda correspondentes são:

$$\vec{E} = E_1 (\vec{a}_x - j\vec{a}_y) e^{-jk_1 z} \quad (48a)$$

$$\vec{E} = E_1 (\vec{a}_x + j\vec{a}_y) e^{-jk_2 z} \quad (48a)$$

que são ondas circularmente polarizadas para a direita e para a esquerda, respectivamente, como ilustrado na Figura 9 (c).

A onda polarizada circularmente para a direita possui um campo eléctrico que actua sobre os electrões na direcção de rotação natural produzida pelo campo magnético, como evidenciado pela solução para k_1 , que possui em denominador o termo de ressonância $(\omega - \omega_c)$. Incluindo a frequência de colisões ν , a equação de k_1 toma a forma:

$$k_1 = k_0 \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\nu - \omega_c)}} \quad (49)$$

que possui uma parte imaginária grande na vizinhança da frequência de ciclotrão, com a consequente elevada absorção de energia da onda.

A onda circularmente polarizada para a esquerda possui um campo eléctrico que actua sobre os electrões em direcção oposta à sua direcção de rotação normal, e por isso k_2 não exhibe o mesmo efeito de ressonância.

6.3. Rotação de Faraday.

Considere-se uma camada ionosférica com espessura l , na direcção z , e uma onda normalmente incidente nesta camada, definida por :

$$\vec{E} = 2E_0 \vec{a}_x e^{-jk_0 z} = E_0 (\vec{a}_x + j\vec{a}_y) e^{-jk_0 z} + E_0 (\vec{a}_x - j\vec{a}_y) e^{-jk_0 z} \quad (50)$$

após decomposição em duas ondas circularmente polarizadas em sentidos opostos. Esta onda penetra na ionosfera em $z = 0$.

As duas componentes circularmente polarizadas propagam-se com diferentes coeficientes de propagação, k_1 e k_2 (Caso 3, na secção 6.2). Portanto, desprezando reflexões nas interfaces da camada, a onda emergirá com a forma:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 (\vec{a}_x - j\vec{a}_y) e^{-jk_1 l} + E_0 (\vec{a}_x + j\vec{a}_y) e^{-jk_2 l} \\ &= 2E_0 e^{-j(k_1+k_2)l/2} \left\{ \vec{a}_x \cos \left[(k_2 - k_1) \frac{l}{2} \right] + \vec{a}_y \sin \left[(k_2 - k_1) \frac{l}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (51)$$

Este resultado mostra que a onda emergente é de novo linearmente polarizada, mas com a direcção de polarização rodada um ângulo ϕ , relativamente ao eixo de x , dado por:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{E_y}{E_x} = \tan^{-1} \left[(k_2 - k_1) \frac{l}{2} \right] \quad (52)$$

e com um atraso de fase, relativamente à onda incidente, dado pelo coeficiente de propagação médio $(k_1 + k_2)/2$.

Esta rotação do estado de polarização, designada por "rotação de Faraday", é mais pronunciada quando ω está próxima de ω_c . Para altas frequências, k_1 e k_2 têm aproximadamente o mesmo valor, pelo que ϕ é muito menor.

A rotação de Faraday depende de muitos parâmetros, pelo que é geralmente imprevisível. Por isso, quando tem um valor significativo, produz um desvanecimento do sinal resultante de desadaptação de polarização da antena receptora, dificilmente controlável.

Bibliografia

- [1] Collin, R. E., "Antennas and Radiowave Propagation", *McGraw-Hill*, 1985.
- [2] Jordan, E. C., and Balmain, K. G., " Electromagnetic Waves and Radiating Systems", *Prentice-Hall*, 1968.
- [3] Boithias, L., "Propagation des Ondes Radioélectriques dans l'Environnement Terrestre", Dunod, 1984 (2ª edição).
- [4] Kerr, D. E., "Propagation of Short Radio Waves", *McGraw-Hill*, 1951.